

ANEXO

Fuerzas actuantes sobre la correa (plana y trapezoidal)

Poleas planas: La figura (Fig.6.7) representa una polea de radio r que gira con una velocidad angular ω de rad/s, siendo n su velocidad de rotación en rpm, arrastrando una correa trapezoidal con una velocidad tangencial v en m/s, la que experimenta en sus extremos las fuerzas de tracción F_1 en el ramal tenso y F_2 en el ramal flojo. Si se analizan las sollicitaciones a las que está siendo sometido un elemento dl de la correa, se pueden observar las siguientes fuerzas que actúan sobre el mismo:

- Fuerzas de tracción F sobre el ramal flojo y $F+dF$ sobre el ramal tenso.
- Fuerza de reacción dP de la polea sobre la correa.
- Fuerza centrífuga dC debido a la velocidad tangencial de la correa.
- Fuerza de rozamiento μdP sobre los flancos de la correa.

Las características de la correa y de la polea son:

- γ peso específico del material de la correa es en g/cm^3 .

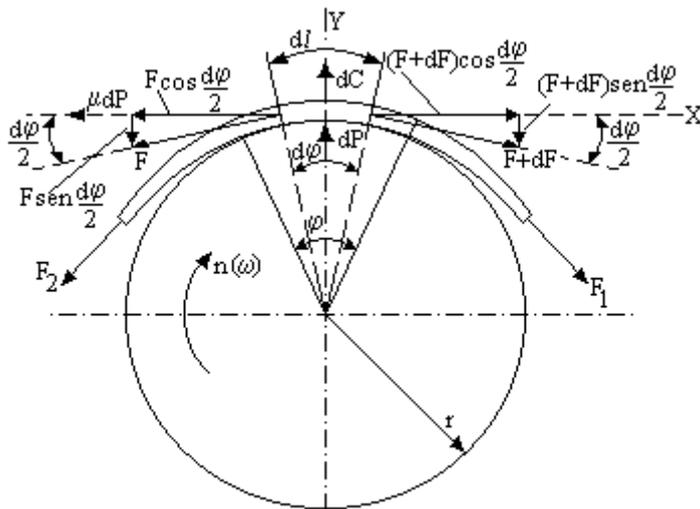


Fig.6.7

- b_1 ancho superior de la correa en cm.
- b_2 ancho inferior de la correa en cm.
- t espesor de la correa en cm.
- r radio de la polea en cm.
- g aceleración de la gravedad en cm/s^2 .

De las dimensiones de la correa se tiene, según la figura (Fig.6.8a), para una correa plana de ancho b , o según la figura (Fig.6.8b), para una correa trapezoidal de ancho medio igual a:

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2} \quad (6.32)$$

el volumen del elemento dl es:

$$dV = b \cdot t \cdot dl = b \cdot t \cdot r \cdot d\varphi \quad (6.33)$$

La masa del elemento es:

$$M = \frac{\gamma \cdot b \cdot t \cdot r \cdot d\varphi}{g} \quad (6.34)$$

La fuerza centrífuga es:

$$dC = d(M \cdot a) \quad (6.35)$$

Siendo en la (6.35) a la aceleración centrífuga, dada por la expresión:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (6.36)$$

Planteando las ecuaciones para un estado de equilibrio de la polea y correa en movimiento se obtiene:

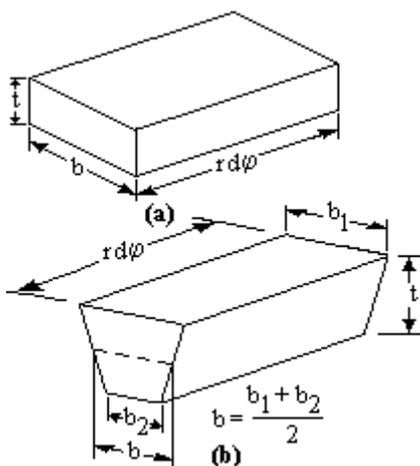


Fig.6.8

$$\Sigma Y \equiv dP + dC - F \frac{d\varphi}{2} - (F+dF) \frac{d\varphi}{2} = 0 \quad (6.37)$$

$$\Sigma X \equiv (F+dF) \cos \frac{d\varphi}{2} - F \cos \frac{d\varphi}{2} - \mu dP = 0 \quad (6.38)$$

De la ecuación (6.38) se obtiene para dP :

$$dP = \frac{\cos \frac{d\varphi}{2} \cdot dF}{\mu} \quad (6.39)$$

La fuerza centrífuga dC que actúa sobre la masa dM del elemento diferencial de longitud dl es:

$$dC = a \cdot dM \quad (6.40)$$

Pero es:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (6.41)$$

Por otra parte, la masa diferencial dM en función del volumen del elemento diferencial dl y de su peso específico γ es:

$$dM = \frac{\gamma \cdot b \cdot t \cdot r \cdot d\varphi}{g} \quad (6.42)$$

Por lo tanto, de la (6.40), (6.41) y (6.42) es:

$$dC = F_c \cdot d\varphi = \frac{\gamma \cdot b \cdot t \cdot r \cdot d\varphi \cdot v^2}{g \cdot r} \quad (6.43)$$

Donde es F_c la fuerza centrífuga para un elemento de correa correspondiente al ángulo unitario, estando dado por la expresión:

$$F_c = \frac{dC}{d\varphi} = \frac{\gamma \cdot b \cdot t \cdot r \cdot v^2}{g \cdot r} \quad (6.44)$$

Si en la expresión (6.37) se reemplazan dP y dC por sus valores dados por la (6.39) y el segundo miembro de la (6.43) respectivamente, y además se multiplican ambos miembros de la misma por μ , se obtiene:

$$dF \cdot \cos \frac{d\varphi}{2} - \mu(2F + dF) \frac{d\varphi}{2} + \mu F_c d\varphi = 0 \quad (6.45)$$

Operando matemáticamente la (6.45) se obtiene:

$$dF \cos \frac{d\varphi}{2} - \mu 2F - \mu dF \frac{d\varphi}{2} + \mu F_c \cdot d\varphi = 0 \quad (6.46)$$

Si en la (6.46) se considera que es:

$$\text{a) } \frac{d\varphi}{2} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad \cos \frac{d\varphi}{2} = 1 \quad \text{y} \quad \text{b) } \frac{d\varphi}{2} \cong \frac{d\varphi}{2} \quad (6.47)$$

Y por otra parte, se desprecia $dF \frac{d\varphi}{2}$ por tratarse de un diferencial de segundo orden, por lo tanto, la (6.46) queda reducida a:

$$dF - \mu F d\varphi + \mu F_c d\varphi = 0 \quad (6.48)$$

De la (6.48) se obtiene:

$$\frac{dF}{F - F_c} = \mu d\varphi \quad (6.49)$$

Integrando la expresión (6.49), el primer miembro entre los límites F_1 y F_2 y el segundo miembro entre los límites 0 y φ :

$$\int_{F_2}^{F_1} \frac{dF}{F - F_c} = \mu \int_0^\varphi d\varphi \quad (6.50)$$

Operando se obtiene:

$$\ln \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \mu \varphi \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = e^{\mu \varphi} \quad (6.51)$$

La (6.51b) también se puede escribir como:

$$F_1 - F_2 = (F_1 - F_c) \frac{e^{\mu \varphi} - 1}{e^{\mu \varphi}} \quad (6.52)$$

En la (6.52) es F_1 la fuerza sobre la correa en el ramal tenso y F_2 la fuerza sobre el ramal flojo.

Poleas trapezoidales: Para correas trapezoidales se debe tener en cuenta el efecto cuña, es decir el ángulo formado por las caras laterales de la correa que forman entre sí el ángulo β y de las fuerzas $dP/2$ que actúan sobre las mismas, según se muestra en la figura (Fig.6.9), siendo las condiciones de equilibrio las siguientes:

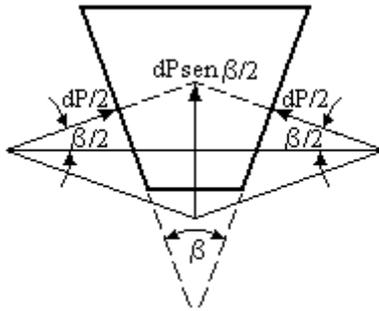


Fig.6.9

$$\sum Y \equiv dP \frac{\beta}{2} \text{sen} \frac{\beta}{2} + dC - F \text{sen} \frac{\beta}{2} - (F+dF) \text{sen} \frac{\beta}{2} = 0 \quad (6.53)$$

$$\sum X \equiv (F+dF) \cos \frac{\beta}{2} - F \cos \frac{\beta}{2} - \mu \frac{dP}{2} - \mu \frac{dP}{2} = 0 \quad (6.54)$$

Las expresiones (6.53) y (6.54) contienen el ángulo β y la resultante de las fuerzas $dP/2$, es decir $dP \text{sen} \beta/2$. Realizando

en las expresiones (6.53) y (6.54) las mismas operaciones que las efectuadas en las (6.37) y (6.38) y haciendo las mismas consideraciones por las cuales se obtenían las expresiones (6.47), se obtendrá:

$$F d\varphi - \mu \frac{dF}{2} \text{sen} \frac{\beta}{2} - F_c d\varphi = 0 \quad (6.55)$$

De la (6.55) se obtiene:

$$\frac{dF}{F - F_c} = \frac{\mu d\varphi}{\text{sen} \frac{\beta}{2}} \quad (6.56)$$

Integrando la (6.56), el primer miembro entre F_1 y F_2 y el segundo entre 0 y φ , se obtiene:

$$\frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = e^{\frac{\mu \varphi}{\text{sen} \beta/2}} \quad (6.57)$$

Y finalmente:

$$F_1 - F_2 = (F_1 - F_c) \frac{e^{\frac{\mu \phi}{\sin \beta / 2}} - 1}{e^{\frac{\mu \phi}{\sin \beta / 2}}} \quad (6.58)$$

Tanto en la expresión (6.52) como en la (6.58), la fuerza T transmitida por la correa es:

$$T = F_1 - F_2 \quad (6.59)$$

Según como ya se viera en la expresión (2.161) al estudiar el teorema de Prony.

Potencia transmitida por las correas

La potencia que transmita la correa estará en función de la fuerza T que realice la misma y de su velocidad tangencial v de desplazamiento, respondiendo a la expresión (6.3) ya vista anteriormente, por lo tanto, será:

$$N = T.v = (F_1 - F_2).v = (F_1 - F_c).v.E \quad (6.60)$$

Siendo en la (6.60) $E = \frac{e^{\mu \phi} - 1}{e^{\mu \phi}}$ para correas planas y $E = \frac{e^{\frac{\mu \phi}{\sin \beta / 2}} - 1}{e^{\frac{\mu \phi}{\sin \beta / 2}}}$ para correas trapezoidales.

Área de la sección transversal de la correa (dimensionamiento)

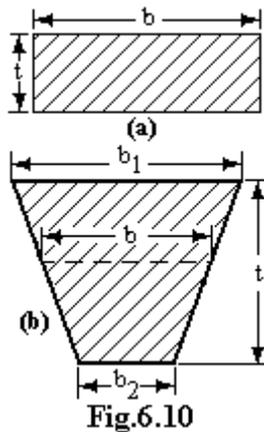


Fig.6.10

A los efectos de dimensionar la sección de la correa para que resista los esfuerzos a los que estará sometida, se debe considerar la resistencia unitaria a la tracción σ_t de la misma, la que depende del material del cual está construida la correa, de la fuerza centrífuga que actúa sobre ella, del ángulo con el cual la correa abraza a la polea y de la relación t/d , siendo t el espesor de la correa y d el diámetro de la polea.

Si se considera que la sección de la correa, ya sea plana o trapezoidal, según muestra la figura (Fig.6.10a) o la (Fig.6.10b), es igual a:

$$A = b.t \quad (6.61)$$

Si la fuerza máxima a la cual está solicitada es la F_1 , se tendrá:

$$\sigma_t = \frac{F_1}{b.t} \quad (6.62)$$

Por lo tanto, la sección de la correa será:

$$b.t = \frac{F_1}{\sigma_t} \quad (6.63)$$

Por otra parte, si en la expresión (6.60) que da la potencia N transmitida por la correa, se reemplaza la fuerza centrífuga F_c dada por el tercer miembro de la expresión (6.44), se obtiene:

$$N = \left(F_1 - \frac{\gamma b t v^2}{g} \right) v.E \quad (6.64)$$

Si en la (6.64) se saca fuera del paréntesis, como factor común, $b.t$, y el paréntesis, con la expresión resultante dentro del mismo, se lo pasa al primer miembro, se obtiene:

$$b.t = \frac{N}{\left(\sigma_t - \frac{\gamma v^2}{g}\right)} \frac{1}{E}$$

(6.65)

Fuerza normal sobre los flancos de las correas trapezoidales

Las fuerzas F_1 y F_2 que actúan sobre la correa, según se observa en la figura (Fig.6.7), originan sobre ésta una fuerza resultante P debido a las fuerzas de reacción $P/2$ que ejerce, en forma normal a los flancos de la correa, la polea sobre la cual está montada la primera, según se muestra en la figura (Fig.6.11), resultando por lo tanto:

$$P = F_1 + F_2$$

(6.66)

La fuerza normal sobre los flancos de la correa es:

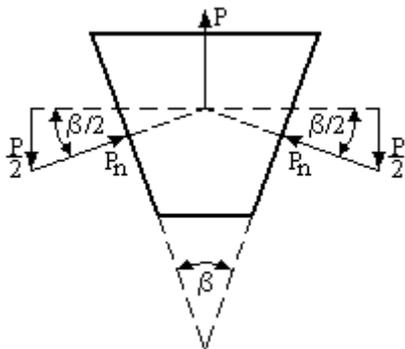


Fig.6.11

$$P_n = \frac{P}{2 \operatorname{sen} \frac{\beta}{2}} \quad (6.67)$$

Por lo tanto, el esfuerzo de tracción por rozamiento F_R sobre los flancos de la correa, para el coeficiente de rozamiento μ , considerando la (6.67) vale:

$$F_R = 2\mu P_n = 2\mu \frac{P}{2 \operatorname{sen} \frac{\beta}{2}} = P \frac{\mu}{\operatorname{sen} \frac{\beta}{2}} \quad (6.68)$$

Se denomina por lo general *rozamiento equivalente* μ_e a la expresión:

$$\mu_e = \frac{\mu}{\operatorname{sen} \frac{\beta}{2}}$$

(6.69)

Por lo tanto, la expresión (6.68) se puede escribir de la forma siguiente:

$$F_R = \mu_e P$$

(6.70)

Ángulo abrazado por la correa y largo de la misma

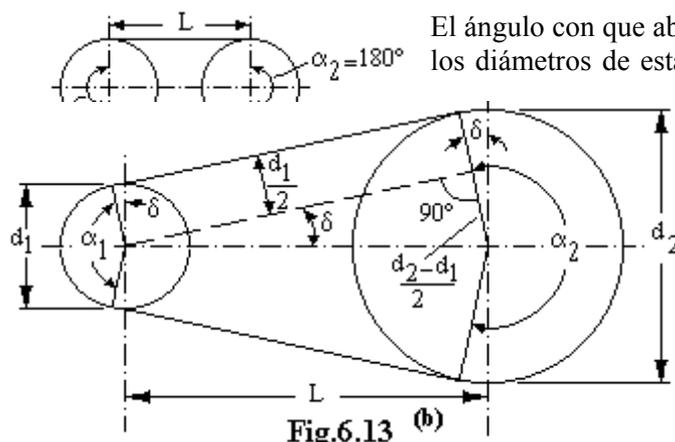


Fig.6.13 (b)

El ángulo con que abraza la correa a las poleas dependerá de los diámetros de estas últimas y de la distancia a la que se encuentran entre sí sus centros. Si los diámetros de ambas poleas son iguales, según se muestra en la figura (Fig.6.12), el ángulo con que

abrazo la correa a cada polea es 180° . Si los diámetros no son iguales, según se muestra en la figura (Fig.6.13), los ángulos abrazados por la correa son diferentes, siendo el ángulo α_1 menor a 180° en la polea menor y el ángulo α_2 mayor a 180° en la polea mayor.

Si se analiza la figura (Fig.6.13), se tiene que el ángulo α_1 con el cual la correa abraza a la polea menor es igual a $180^\circ - \delta$ y el ángulo α_2 con el cual abraza a la polea mayor es $180^\circ + \delta$, siendo δ el ángulo que forma el radio de cada polea que pasa por el último o primer punto de contacto que tiene la correa al dejar o entrar a la polea respectivamente, con el eje vertical de la polea, resultando por lo tanto:

$$(6.71) \quad \alpha_1 = 180^\circ - 2\delta$$

$$(6.72) \quad \alpha_2 = 180^\circ + 2\delta$$

Por otra parte, de la figura (Fig.6.13) se tiene que es:

$$(6.73) \quad \text{sen } \delta = \frac{\frac{d_2 - d_1}{2}}{L} = \frac{d_2 - d_1}{2L}$$

El largo total l de la correa es:

$$(6.74) \quad l = \pi d_1 \frac{\alpha_1}{360^\circ} + \pi d_2 \frac{\alpha_2}{360^\circ} + 2L \cos \delta$$

Si las poleas son de igual diámetro, la (6.74) se convierte en:

$$(6.75) \quad l = \pi d + 2L$$

La distancia L entre centros de poleas se adopta según las necesidades, siendo recomendables las siguientes:

$$(6.76) \quad L_{\max} = 2(d_1 + d_2)$$

$$(6.77) \quad L_{\min} = \frac{d_1 + d_2}{2} + 50\text{mm}$$

Fuerza tangencial corregida en correas trapezoidales

Partiendo de las condiciones de diseño, una vez obtenida la fuerza que debe transmitir la correa, se debe tener en cuenta la influencia del ángulo de contacto o de adherencia y de la clase de servicio a la que estará sometida la correa, debiendo ser afectada la fuerza calculada por un *Factor de corrección por ángulo de contacto* C_1 y por un *Factor de corrección por tipo de servicio* C_2 .

Por tal motivo, obtenida la fuerza T según la expresión (6.60), la fuerza tangencial corregida T_c será:

$$(6.78) \quad T_c = C_1 \cdot C_2 \cdot T$$

Donde C_1 y C_2 se encuentran tabulados, según se muestra más adelante, el primero en función de la (6.63) y el segundo en función del tipo de servicio.

El número z de correas trapezoidales que se utilizan en esta transmisión, estará justamente en función de la fuerza de transmisión T_c , de la sección S de cada correa y del esfuerzo unitario de tracción σ_t , resultando:

$$T_c = z \cdot S \cdot \sigma_t \quad (6.79)$$

Conocida la fuerza T_c , se obtiene:

$$z = \frac{T_c}{S \cdot \sigma_t} \quad (6.80)$$

Los valores de σ_t se toman de la siguiente manera:

$0,15 \text{ kg/mm}^2 \leq \sigma_t \leq 0,20 \text{ kg/mm}^2$ para $v < 10 \text{ m/s}$; $0,13 \text{ kg/mm}^2 \leq \sigma_t \leq 0,15 \text{ kg/mm}^2$ para $v < 25 \text{ m/s}$.

Factor ángulo de contacto C_1

$\frac{d_2 - d_1}{2L}$	Ángulo de Contacto α	Factor C_1	$\frac{d_2 - d_1}{2L}$	Ángulo de Contacto α	Factor C_1
0,00	180°	1,10	1,17	110°	0,74
0,16	170°	1,07	1,34	100°	0,66
0,33	160°	1,03	1,50	90°	0,58
0,50	150°	0,99	1,67	80°	0,49
0,67	140°	0,94	1,84	70°	0,40
0,84	130°	0,88	2,00	60°	0,31
1,00	120°	0,81			

Factor tipo de servicio C_2

Máquinas impulsadas	Tipo de accionamiento	
	Factor C_2	
	Motor eléctrico	Motor a combustión
Ventiladores, transmisiones, etc. (cargas constantes).....	1,2	1,5
Máq. Textiles, agitadoras; máq. de carpintería, balancines (cargas variables).....	1,3	1,625
Compresores, laminadoras, guinches, cepilladoras, rompedoras (cargas muy	1,5	1,875

variables).....		
-----------------	--	--

Velocidad de la correa

La velocidad tangencial v en m/s de la correa está en función del número n de vueltas por minuto con que gira la polea, resultando:

$$v = \frac{\pi d n}{60}$$

(6.81)

La velocidad v dependerá del tipo de correa, del material del cual está compuesto, de la clase de trabajo que realiza la máquina impulsada, correspondiendo a mayor velocidad mayor potencia. Pero la velocidad está limitada por la fuerza centrífuga que tiende a separar la correa de la polea, por lo que se recomienda para el diseño de las mismas usar velocidades comprendidas entre $10 \text{ m/s} < v < 25 \text{ m/s}$ para correas planas y velocidades entre $7,5 \text{ m/s} < v < 35 \text{ m/s}$, aunque en algunos equipos especiales, como por ejemplo en vehículos para la nieve y otros recreativos cuentan con correas diseñadas para operar a más de 75 m/s.

Tipo de correas

Correas planas: estas correas, las primeras en existir desde la revolución industrial, han sido reemplazadas en muchas aplicaciones por la correas trapezoidales, aunque todavía se usan debido a su gran flexibilidad en poleas de pequeño diámetro y cuando se necesitan altas velocidades con potencias no muy elevadas, dependiendo la fuerza de tracción que transmiten, de la tensión que se les dé con la separación entre sí de las poleas, presentando mayor tendencia a resbalar que la correas en V.

El material de construcción de una correa debe reunir algunos requisitos, como alta resistencia, durabilidad, gran flexibilidad y alto coeficiente de fricción, resistente a las condiciones ambientales de trabajo y de bajo costo.

Por lo general se construyen de cuero, lona de algodón, caucho reforzado con cuerdas de algodón y material sintético como el hule o el nylon. Son capaces de transmitir hasta 3 kW por mm de ancho operando a velocidades de hasta 200m/s.

Correas trapezoidales: están construidas por lo general de caucho y fibras de algodón o sintéticas, se clasifican según la sección, de acuerdo a su resistencia y velocidad tangencial de funcionamiento, encontrándose tabuladas, según sus dimensiones, por lo general de acuerdo al fabricante de las mismas, en tablas como la que se transcribe a continuación:

Tipo	Dimensiones			Fuerza tangencial de cada correa en kg	
	t	b	Sección (mm ²)	$v < 10 \text{ m/s}$	$v < 25 \text{ m/s}$
X	10	6	45	9,3	6,7
A	12,7	7,9	82	20,5	14
B	15,9	10,3	124	29	20
C	22,2	14,3	248	48	33
D	31,8	16,7	435	90	66
E	38,1	22,2	676	131	87

Los valores de t y b de la tabla son los correspondientes a las dimensiones indicadas en la figura (Fig.6.10) vista anteriormente.

Por lo general, los fabricantes de correas trapezoidales editan manuales de uso y selección de correas, los cuales contienen indicaciones prácticas de la elección del tipo, tamaño, potencia que transmiten, largo y cantidad de correas a utilizar para un determinado servicio.

3.1.3.- CADENAS DE RODILLO

3.1.3.1. Introducción.- Dentro de las transmisiones flexibles, las transmisiones por cadenas son las más empleadas cuando se demanda grandes cargas en los accionamientos con alta eficiencia y sincronismo de velocidad en los elementos de rotación.

Existe una amplia gama de tipos de cadenas donde se destacan de manera significativa las cadenas de rodillos, esto se debe a que son elementos altamente eficiente y versátil de transmisión de potencia. En el campo de las aplicaciones industriales este tipo de cadena ha sido empleado en contraposición a otras de su gama.

Las transmisiones por cadenas de rodillos pueden encontrarse trabajando en lugares tan disímiles como pueden ser perforadoras de pozos petrolíferos terrestres y marinos, en mecanismos de control de vuelo de aviones militares y civiles, en pequeñas máquinas de laboratorio o en motores diesel de grandes buques supertanqueros.

Debido al extendido uso de las transmisiones por cadenas de rodillos sus componentes son de los elementos de máquinas más normalizados internacionalmente. Las cadenas de transmisión de potencia se encuentran dimensionadas según algunas de las normas más conocidas como son las normas: DIN (Deutsches Institut for Normung), BS (British Standard) y ANSI (American National Standard Institute), de las cuales han sido derivadas las actuales normas dimensionales ISO. Todas estas normas se agrupan en dos partes fundamentales:

Serie Europea: comprende las normas DIN 8187 y BS 228, agrupadas en la norma ISO 606 tipo B.

Serie Americana: comprende las normas DIN 8188 y ANSI B:29, agrupadas en la norma ISO 606 tipo A.

Las firmas que fabrican y comercializan cadenas de rodillos generalmente se rigen por las normas mencionadas anteriormente, aunque pueden existir pequeñas variaciones en los valores de las dimensiones que caracterizan dichas cadenas.

El perfeccionamiento de la industria actual se caracteriza por un aprovechamiento racional del rendimiento de las máquinas, elevando la velocidad de los elementos vinculados al trabajo útil. Esta tendencia puede dar la falsa imagen de que las transmisiones por cadenas son elementos sin perspectivas en el futuro, debido a las limitaciones en las velocidades de trabajo. La realidad es que las ventas de cadenas aumenta de año en año, y firmas productoras como *Renold Chains*; *IWIS Ketten*; *Martin Sprocket & Gear*; *Regina Industria*; *Ransley Silent Chain Co.* y *Browning Manufacturing*, se afianzan cada vez más en el mercado internacional.